valeur le nombre de fois où on obtient deux boules de même couleur.

a) k étant un entier naturel inférieur ou égal à n, calculer $p(X = k)$.

b) Calculer l'espérance mathématique et la variance de X.

c) On désigne par p_n la probabilité d'obtenir, au bout des n tirages, au mois une fois deux boules de même couleur. Calculer p_n en fonction n. Quelle est la limite de p_n lorsque $n \to +\infty$?

PROBLEME (10 points)

Dans tout le problème, la lettre P désigne un plan rapporté à un repère orthonormé $\left(O, \vec{i}, \vec{j}\right)$.

I-1) On considère la fonction g définie sur $[1,+\infty[$ par $g(x)=xLogx-x+1$.

a) Etudier les variations de g.

b) En déduire le signe de g(x) pour $x \in [1, +\infty[$.

2) Soit f la fonction définie sur $[1, +\infty[$ par

$$\begin{cases} f(x) = \dfrac{x-1}{Logx} & \text{si } x \in]1,+\infty[\\ f(1) = 1 \end{cases}$$

Montrer que f est continue en 1.

3)a) Montrer que pour tout réel t de $[1, +\infty[$ on a :

$$t - 1 - (t-1)^2 \leq 1 - \frac{1}{t} \leq t - 1$$

b) En déduire que pour tout x de $[1, +\infty[$ on a :

$$\frac{(x-1)^2}{2} - \frac{(x-1)^3}{3} \leq x - 1 - Logx \leq \frac{(x-1)^2}{2}$$

c) Déterminer alors $\lim\limits_{x \to 1^+} \dfrac{x-1-Logx}{(x-1)^2}$.

d) En déduire que f est dérivable à droite en 1 et que $f'(1) = \frac{1}{2}$.

4)a) Dresser le tableau de variation de la fonction f

b) Tracer la courbe représentative C_f de f dans le repère $\left(O, \vec{i}, \vec{j}\right)$

(on précisera la nature de la branche infinie de C_f.)

II On considère la fonction F définie sur $[1,+\infty[$ par

$$\begin{cases} F(x) = \int_x^{x^2} \dfrac{1}{Logt} dt & \text{si } x \in]1;+\infty[\\ F(1) = Log2 \end{cases}$$

On désigne par C' la courbe représentative de la fonction F dans le plan P.

1)a) Montrer que pour tout x de $]1, +\infty[$ on a $\dfrac{x^2-x}{Logx^2} \leq F(x) \leq \dfrac{x^2-x}{Logx}$